



TITLE:

メゾスコピック系における電子相関の効果(第38回物性若手夏の学校(1993年度),講義ノート)

AUTHOR(S):

川畑, 有郷

CITATION:

川畑, 有郷. メゾスコピック系における電子相関の効果(第38回物性若手夏の学校(1993年度),講義ノート). 物性研究 1993, 60(5): 527-536

ISSUE DATE:

1993-08-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/95147>

RIGHT:

メゾスコピック系における電子相関の効果

学習院大学理学部 川畑有郷

1. メゾスコピック系と電子相関

メゾスコピック系とはいかなるものであるか、という事については色々な解説も出ているので¹⁻⁷⁾ここでは、ミクロとマクロの中間の系であるということで、簡単にすませておく。

一方、電子相関とは、電子がクーロン相互作用によって影響し合いながら運動する事をいう。メゾスコピック系では電子は何らかの意味で狭い所に閉じ込められているので、一般的にいてクーロン相互作用は重要あると考えられる。メゾスコピック系におけるクーロン相互作用の重要性を最初に指摘したのは久保⁸⁾である。金属の微粒子においては、電氣的に中性の状態から電子一個の過不足が生じるとクーロンエネルギーは

$$E_c \approx e^2/8\pi\epsilon_0 a \quad (1.1)$$

だけ増加する*。ここで、 a は微粒子の半径である。これは、 a が100Åで1000K程度になるので、微粒子が電氣的に隔離されていれば、常温では微粒子の中性は保たれていると考えてよい。各微粒子中での電子の数が一定であれば、物理量を計算する際にグランド・カノニカル分布を使うことは出来ないので、比熱等が大きな試料とは異なる可能性があるわけである。

残念ながら、金属微粒子の比熱の異常はその予言から30年経った今でも観測はされていないのであるが、メゾスコピック系の電気伝導に関する問題には、クーロン相互作用の効果が色々な形で観測され始めている。以下では、このような現象の中から、いくつかのものをとりあげて解説する。

2. クーロン・ブロッケイド I

一般に、クーロン相互作用によって電気伝導が妨げられる現象をクーロン・ブロッケイドと呼ぶ。例として、絶縁体によって隔てられた、多数の微粒子の集合を考えよう(図1)。電気伝導は、電子が絶縁体中をトンネルして微粒子間を飛び移ることによって行なわれる。この場合、電子の過不足によるクーロン・エネルギーが十分大きければ(というのは実は

*これは、古典電磁気学の結果であり、量子力学的には必ずしもこうはならない。この節の最後を参照のこと。

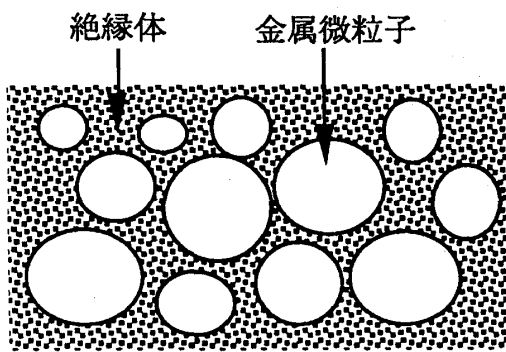


図1

間違いであるが), 電子の移動は起こらず系は絶縁体になると考えられる. また, 絶縁体があまり厚くなく, クーロン・エネルギーが効かない場合には系は金属的な伝導を示すと考えられる. ここでいう, 絶縁体と金属の区別は, 絶対零度で電気抵抗が無限大になるか, 有限に留まるか, という意味である. 以下では, このような系がどのような条件のもとで絶縁体的, あるいは金属的に振る舞うか, という問題を考える.

問題に関係するパラメーターとしては, 式(1.1)の E_c , 各微粒子における状態密度 D , 及び, 微粒子間のトンネルによる飛び移りのエネルギー t である. これらの量は, 微粒子毎に異なる値を取るものであるが, 以下では定性的な議論を行なうので, そのばらつきは無視することにする.

問題は, クーロン・エネルギーが有効に働くかどうかである. そのために, 各微粒子の電気的中性が量子力学的な電子数のゆらぎによってどれだけ破られているかを検討する. 電子が一個, ある微粒子から隣の微粒子へ移ったとすると, 各微粒子には E_c だけのエネルギーの増加がある. 従って, このような状態の振幅は,

$$A \equiv 2D \int_{E_F}^{\infty} d\varepsilon D \int_0^{E_F} d\varepsilon' \frac{t^2}{(2E_c + \varepsilon - \varepsilon')^2} \quad (2.1)$$

与えられる. ここで, ε' , ε は, 移動した電子の移動前, 後のエネルギーであり, E_F はフェルミ・エネルギー, 因子2はスピンの縮重度である (図2). これを計算すると, $E_F \gg E_c$ として,

$$A = 2D^2 t^2 \log(E_F/2E_c) \quad (2.2)$$

となる. 電気的中性が保たれている条件は, $A \ll 1$ であるが, この条件は E_c にはあまり依存せず, むしろ

$$Dt \ll 1 \quad (2.3)$$

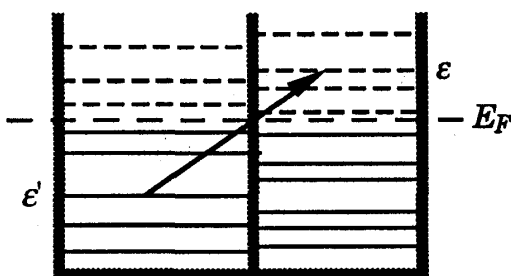


図2

によって満たされる事がわかる. この条件が満たされていなければ, 微粒子の電気的中性は量子力学的な電子数のゆらぎによって破られており, クーロン・ブロッケイドは生じない. 従って, 式(2.3)が系が絶縁体であるための条件となる.

次に, Dt という量は, 何を測れば得られるのか

を考える。仮に、クーロン・エネルギーがないとしたときの電気伝導を考える。電子がある微粒子からとなりの微粒子にとび移る単位時間当たりの確率は、

$$1/\tau = 2\pi D t^{3/2} / \hbar \quad (2.4)$$

で与えられる。以下では、数係数は除いて定性的な議論のみをする事にする。電子がとび移りによって移動する距離は、微粒子の半径 a 程度であるから、電子の拡散係数は

$$D_f = a^2 / \tau \quad (2.5)$$

である。従って、電気伝導率は

$$\sigma = 2e^2 (D/a^3) D_f \quad (2.6)$$

となる。ここで、 (D/a^3) は単位体積当たりの状態密度であることに注意していただきたい。この式と(2.4)、(2.5)から、

$$\sigma = e^2 D^2 t^2 / a \hbar \quad (2.7)$$

を得る。

ここで、微粒子が一層だけ並んだ二次元的な試料を考える。この試料の厚さは微粒子の半径 a であるから、シート抵抗（正方形の試料の抵抗、一辺の長さにはよらない）は

$$R = 1/\sigma a = (\hbar/e^2)/D^2 t^2 \quad (2.8)$$

となる。従って、クーロン・ブロッケイドにより試料が絶縁体である条件(2.3)は

$$R \gg \hbar/e^2 \quad (2.9)$$

となる。一寸考えると、クーロン・エネルギー E_c が非常に大きければクーロン・ブロッケイドが起こってよさそうであるが、そうならない所が面白い点である。その理由は、式(2.1)の右辺には、 $\varepsilon - \varepsilon' \gg E_c$ の寄与が主に効いているからである。

所で、式(2.9)の R は、クーロン相互作用が無いとしたらという仮定のもとに導かれたものである。クーロン相互作用をなくすわけにはいかないが、その影響をなくすことはできる。 E_c/k_B より高い温度で抵抗を測れば、熱によって微粒子の電気的中性は破られているので、相互作用の影響無しに抵抗を測定できる。

所で、始めの部分で脚注に述べたように、式(1.1)は古典電磁気学の結果でありこのまま電子一個の電荷に適用出来るか疑問である。電子は、自分自身の電荷とは相互作用しないからである。

この問題を考えるために、次のような思考実験を行なう。電氣的に中性な金属微粒子

があるとして、無限の遠方から電子を一個持ってくるとする。電子は遠方であらかじめ微粒子の大きさの波束の形にしてあるとすると、このときは式(1.1)の静電エネルギーは生じない。有限の範囲に閉じ込めることによって運動エネルギーは大きくなるが、静電エネルギーとは別のものである。微粒子は中性であるので、この電子を微粒子の所まで持って来る間力は働かない*。従って、式(1.1)のような静電エネルギーの増加はない。

このように考えると、 N 個の電子による帯電エネルギーは、 N^2 でなく $N(N-1)$ に比例するとも考えられる。多分、周囲の微粒子の影響を考えるとどちらも正確には成り立たないであろうが、量子力学の基本的な側面が顔を出す面白い問題である。

3. クーロン・ブロッケイド II – SET(Single Electron Tunneling)

SETは、現在のメゾスコピック系に関する諸問題の中で、最も盛んに研究されているものの一つである。SETの原理そのものは簡単である。非常に小さな平板コンデンサーを考える。極板の間隔は非常に小さく、間の絶縁層を電子がトンネル効果で一方から他方へ移動できる程度であるとする。このコンデンサーに電圧 V を加えると、極板に蓄えられる電荷 Q は、コンデンサーの容量を C とすると、

$$Q = CV \quad (3.1)$$

で与えられる。又、蓄えられたエネルギーは、

$$E = Q^2/2C \quad (3.2)$$

である。ここで、電子が一個極板間をトンネルしたとすると電荷は $Q-e$ となり、エネルギーは、

$$E' = (Q-e)^2/2C \quad (3.3)$$

となる。このような過程が実現するためには、 $E \leq E'$ でなければならない。そのためには

$$Q \geq e/2 \quad (3.4)$$

従って、式(3.4)から、 $V \geq e/2C$ でなければならない。逆に言えば、 $V \leq e/2C$ の場合には電流は流れず、電流-電圧特性は図3のようになる。

次にこのコンデンサーを電流 I の定電流回路につないだ場合を考える。初め極板上の電荷 Q が0であったとすると、 Q は時間と共に増加して、式(3.4)の条件が満たされるようになる。電子が一個トンネルすると電荷は e だけ減少するので、再び式(3.4)の条件が満たされるまでには、 e/I の時間がかかる。従って、外部から流し込む電流は一定であっても、極板の間を流れる電流 I は e/I の周期でパルス状に流れるわけである(図4)。この

*微粒子が分極すれば引力になり、むしろエネルギーを減少させる。

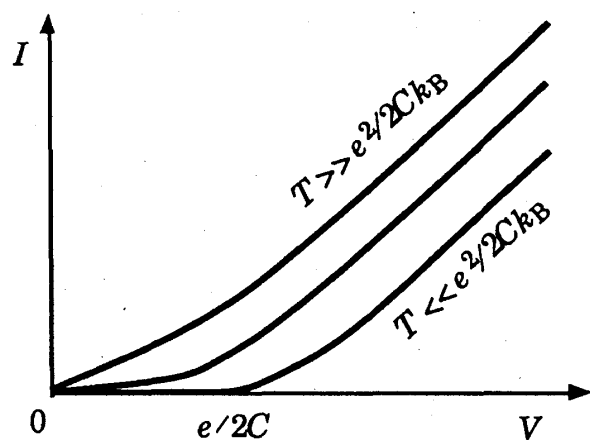


図 3

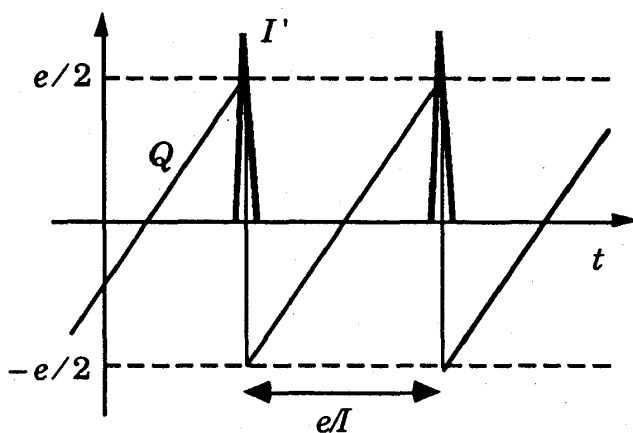


図 4

現象にSET なる名前がついているのは、いわば電子がトンネルするのを一つ一つ数えていることになるからである。この現象を観測するためには、電磁波（実際にはマイクロ波）との共鳴を利用すればよい。コンデンサーに溜まる電荷が周期的に変動すれば、当然電磁波と相互作用するからである。共鳴周波数から電流の値を決めることができるので、電流の標準としようというのがSET の研究の目的の一つである。

ここで、電荷 Q が増加していく時は連続的で、トンネル効果で電荷が移動するときは不連続に e だけ変化すると考えるのは片手落ちであると思うかも知れない。実際、ここは微妙な所である。

まず、電極にはリード線が付けられており、これらの間のつながりは十分によいので、電子の波動関数が両者にまたがっていることが可能である。従って、波動関数の形を連続的に変えれば電極内の電荷を連続的に変えることができる。ただし、この場合、何を以て極板内の電荷とみなすか、とか、その時の帯電エネルギーは、式(3.2)で正しく表されるのか、等の議論をするのは無意味である。とにかく、極板に電荷を与えれば帯電エネルギーが大きくなる事だけを仮定すれば、本質的な点は上での議論と同じである。電子を一個移動させたほうがエネルギーが低くなる状態になれば電子がトンネルし、またこの状態に戻るまでには、 e/I だけの時間がかかる事にも変わりはない。

同様に、一個の電子の波動関数が両方の極板にまたがっている状態が可能ではないか、との疑問が出てくるかも知れないが、この問題は、2節と同様に議論することが出来る。即ち、極板上の電子の数の、極板間のトンネルによる量子的なゆらぎが小さければ、一つの電子が両方の極板にまたがっていることは無いわけである。

2節と同様に、電子の極板間の飛び移りのエネルギーを t 、状態密度を D とする。考えるのは $Q < e/2$ の場合とすると、極板間を量子的なゆらぎによって電子が移動する振幅は、やはり式(2.1)の A で与えられる。ただし、式(2.1), (2.2)の $2E_c$ に当たるものは、 $E - E'$

である。したがって、ここでも $Dt \ll 1$ であれば、 $E-E'$ が E_F に比べて極端に小さい限り電子数の量子的なゆらぎは小さいことになる。 $E-E'$ 非常に小さい時は電子の飛び移りの時であるから、ゆらぎが大きくなるのは当然である。

以上のように、SET の原理は単純なものであるが、技術的には色々難しいところがあり、中々注文通りには動いてくれないようである。まず、いかにして容量 C の小さいコンデンサーを作るかというのが第一である。式(3.4)の条件が満たされないとトンネル効果が起こらないためには、帯電エネルギー $e^2/2C$ が温度のエネルギーよりも十分に大きい必要がある。極板の間隔を大きくすれば容量はいくらでも小さくなりそうであるが、ある程度の頻度でトンネル効果が起こるためにはあまり大きくは出来ない。また、回路の他の部分による容量が並列に入っていると実質的に容量が大きくなってしまう、等々である。現実には安定した動作をさせるためには、いくつかのコンデンサーを組み合わせる色々な工夫したものを用いられている。

4. 量子ドットにおける電子相関効果—近藤効果

量子ドットとは、いわば半導体上に作った微粒子である。製法は色々であるが、代表的なものは、以下に説明するものである。半導体界面に形成された二次元電子系上に絶縁体を隔てて金属の電極（ゲート、図5のG）を張り付ける。この電極に二次元電子系に対して負の電圧をかけるとその下及び周辺には電子の入れない領域（空乏層）が出来る。図6は図5を上から見たところであるが、図の斜線部分が空乏層で、白い部分のみが電子の居られる領域である。細いくびれによって他の部分とわずかにつながっている中央の部分が量子ドット、両側の部分のような細長いものは量子細線とよばれる。一般に、このように呼ばれるのは、幅（ドットの場合には長さも）が電子のフェルミ波長の数倍以下程度のものである。

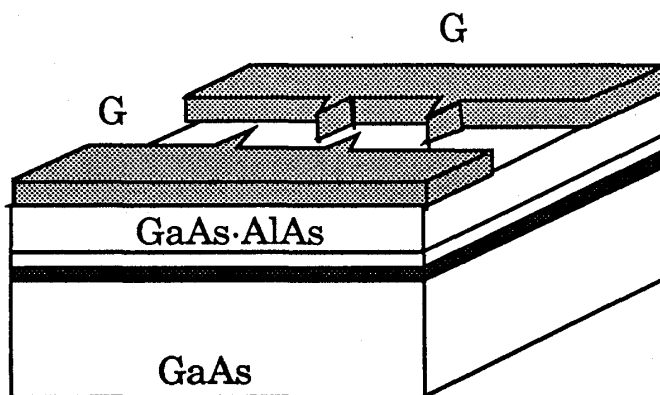


図5

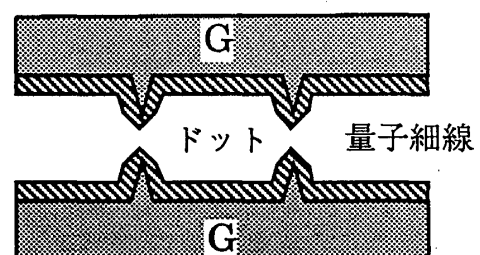


図6

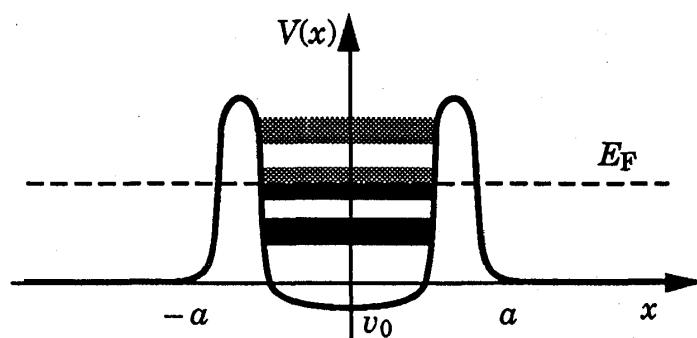


図 7

量子細線のモデルとして、幅 W の領域に閉じ込められた電子を考える。横方向の自由度は量子化されているので、電子の密度が低ければすべての電子は一番低い量子状態に入り、励起状態の影響を考えないとすれば電子の運動は一次元的になる。従って、図6の系のモデルとして、図7のようなポテンシャル中の電子を考える。二つのポテンシャルの壁の間が量子ドットに当たる。ドット

の中には、準束縛状態が出来ていて、トンネル効果によって外部と弱く結合している。

問題にするのはこの系の電気伝導であるが、計算すべき量は、入射した電子がこのドットを透過する確率である。このような問題には、フリーデルの和則を用いるのが便利である。フリーデルの和則は、電子の散乱の位相のずれと電子密度の分布を関係づけるものである。話を簡単にするために、ポテンシャル $V(x)$ は、 $x=0$ に関して対称であるとする、一つのエネルギーの値に対して対称、反対称の縮退した解があり、 $|x| > a$ では、これらは、

$$\psi_s(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \cos(k|x| + \delta_s) \quad (4.1)$$

$$\psi_a(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \text{sign}(x) \sin(k|x| + \delta_a) \quad (4.2)$$

と書ける。 L は系の長さであり、 δ_s , δ_a は位相のずれである。当然、 $V(x)=0$ の場合には、 $\delta_s = \delta_a = 0$ である。ここで、

$$\psi(x) = e^{i\delta_s} \psi_s(x) + ie^{i\delta_a} \psi_a(x) \quad (4.3)$$

という波動関数を作ってみると、

$$\psi(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{2L}} e^{ikx} \{e^{2i\delta_s} + e^{2i\delta_a}\}, & (x > a) \\ \sqrt{\frac{2}{L}} e^{ikx} + \sqrt{\frac{1}{2L}} e^{-ikx} \{e^{2i\delta_s} - e^{2i\delta_a}\}, & (x < -a) \end{cases} \quad (4.4)$$

となり、これから透過率 T を計算することが出来て、

$$T = \frac{1}{4} |e^{2i\delta_s} + e^{2i\delta_a}|^2 = \cos^2(\delta_s - \delta_a) \quad (4.5)$$

を得る。電気伝導は、低温ではフェルミ準位にある電子が寄与するので、以後透過率はフェ

ルミ準位におけるものを考える。

一方、位相のずれは電子密度と密接な関係がある。例えば、 $V(x)$ が引力的（斥力的）であれば、 $|x| < a$ における電子密度は $V(x)$ の無い場合に比べて増加（減少）する。又、波動関数は $x = 0$ の方に引き込まれる（押し出される）ので、位相のずれは正（負）となる。正確には、ポテンシャルによってもたらされた系全体の電子数の増加を ΔN とすると、

$$\Delta N = \frac{2}{\pi} (\delta_s + \delta_a) \quad (4.6)$$

なる関係がある。ただし、位相のずれはフェルミエネルギーにおけるものであり、電子密度は、 $|x| \gg a$ では $V(x) = 0$ の時と変わらないとしての話である。これがフリーデルの和則である。一般的な形とその導出については、文献9, 10を参照していただきたい。

この式の有難味は、位相のずれと電子数という直感的に理解しやすい量とを結び付けた点にある。ただし、このままでは役に立たない。式(4.5)からわかるように、我々に必要なのは、二つの位相のずれの差であって和ではないからである。しかし、上に示したフリーデルの和則の成り立つ理由を考えれば、次のような拡張されたフリーデルの和則がなり立つことは容易に理解できるはずである。即ち、

$$\Delta N_\alpha = \frac{2}{\pi} \delta_\alpha, \quad (\alpha = s, a) \quad (4.7)$$

で、 ΔN_α は α の対称性を持つ状態にいる電子の ΔN への寄与である。このように、フリーデルの和則は対称性と結び付けると非常に強力なものとなる。

ここで、図7の量子ドットで、ドットの底のエネルギー v_0 が変えられるものとする。初めに、 v_0 が十分に高ければ、ドットの中には準束縛状態は存在しない。このときには、フェルミエネルギーが壁の高さより低ければ、電子はほとんど透過しない。したがって、式(4.5)より、

$$\delta_s - \delta_a = (n + \frac{1}{2})\pi \quad (4.8)$$

となっているはずである（ n は整数）。

次に、 v_0 をより低くしていくと、フェルミエネルギーよりも高い所に準束縛状態が現われたとする。ドットを作っているポテンシャルの形は対称である場合を考えているので、この準束縛状態は対称又は反対称である。今は仮に対称であるとする。なお v_0 を下げていって、有限のエネルギー幅を持つ準束縛状態のスペクトルがフェルミエネルギーにかかり始めると、電子がそこに入ることにより ΔN_s が増加し始める*。スペクトルの中心

* ΔN_α はドットの中に居る電子の数ではないことに注意。ドット中に電子が居なければ、そこから排除された分だけポテンシャルのない場合との差がすでにあるわけである。

のエネルギー E_q がフェルミエネルギーに一致したときには、半分だけが電子で満たされており、 ΔN_s の増加分は1である(スピンの自由度を考えて)。この時には δ_s は式(4.7)から、 $\pi/2$ だけ増加している事になる。従って、式(4.8)から、

$$\delta_s - \delta_a \approx (n+1)\pi \quad (4.9)$$

となり、式(4.5)から、 $T \approx 1$ となる。これは、フェルミ準位の電子が準束縛状態と共鳴することによる共鳴透過である。準束縛状態がフェルミエネルギーを通過した後では二個の電子がそこにはいる。従って、 ΔN_s が2だけ増加して、 δ_s は π だけ増加するので、又 $T \approx 0$ となる。

このように、フリーデルの和則で共鳴透過を見直すのは教育的である。ただし、これだけでは新しい事は出てこない。しかし、フリーデルの和則の強みは、相互作用のある電子系でも成り立つことにある。この場合の位相のずれは準粒子のものである。この場合の証明は文献11を参照していただきたい。そこで、次にクーロン相互作用のある場合を考える。

クーロン相互作用は狭いところに閉じ込められた電子に対して強く作用するので、ドットの中にある電子についてのみ考える。ドットの大きさが a の程度であるとする。ドット中の二個の電子の間に働くクーロンエネルギーは、 $E_c = e^2/2a$ である。このエネルギーが準束縛状態のスペクトルの幅よりも大きい場合には、 E_q がフェルミエネルギー E_F の下に来ても電子は一個しか入ることができない。二個目の電子が入ると全体としてエネルギーが E_c だけ余分に上がるので、入るためには $E_q < E_F - E_c$ となる必要がある。電子が一個だけ準束縛状態に入っている状態は、始めの状態と比べて ΔN_s が1だけ増加しているので、式(4.9)が成り立つ。即ち、 $T \approx 1$ である。

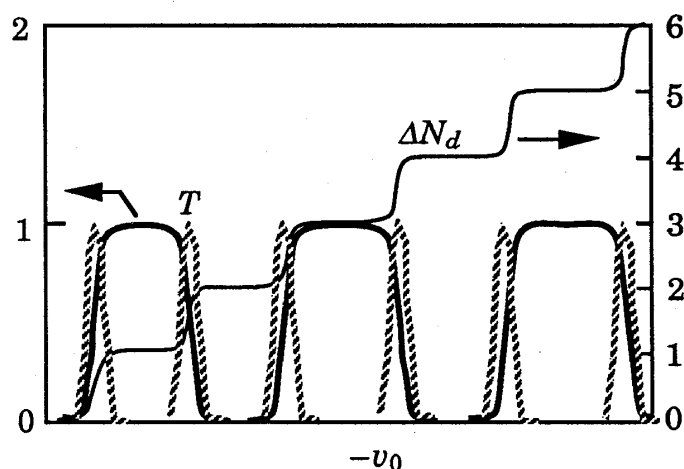


図 8

ドットの底のエネルギー $-v_0$ の関数として、フェルミエネルギーにおける電子の透過係数 T を書くと図8のようになる¹²⁾。相互作用のない場合には、 T は $E_q = E_F$ となる $-v_0$ の値を中心とした鋭いピーク(点線)となる。ピークの幅は準束縛状態の幅に対応する。一方相互作用のある場合には、 $E_F - E_c < E_q < E_F$ となる $-v_0$ の値の範囲で $T \approx 1$ となる(実線)。又、 ΔN_d はドット中の電子数である。この場合、 E_F のエネルギーを持つ電子は準束縛状態と共鳴していないように見えるので、 $T \approx 1$ となるのは不思議に思うかも知れ

ない。こうなるのは、準束縛状態にどちら向きのスピンの電子が入るかという自由度があるためである。即ち、ドットは局在した磁気モーメントを持っている。この磁気モーメントとドット外の電子との相互作用により、 E_q が E_F に一致していなくても、 E_F の所に多体的な準束縛状態ができて、それによって共鳴トンネル効果が起こるわけである。これは、近藤効果の一種である。この問題の詳しい事は文献12を参照していただきたい。

文献

- 1) 小林俊一: パリティ **3**, No.9, 16 (1988).
- 2) バーバラ・レビ(小林俊一訳): パリティ **3**, No.12, 48 (1988).
- 3) アニル・クラナ(川畑有郷訳): パリティ **4**, No.5, 49 (1989).
- 4) 上田正仁: パリティ **5**, No.10, 22 (1990).
- 5) 川畑有郷: 固体物理 **25**, No.7, 448 (1990).
- 6) 小林俊一: 固体物理 **27**, No.12, 963 (1992).
- 7) 川畑有郷: パリティ **8**, No.4, 16 (1992).
- 8) R.Kubo: J. Phys. Soc. Jpn. **17**, No.6, 975 (1962).
- 9) J. Friedel: Phil. Mag. **43** (1952) 153.
- 10) J. Friedel: Advance in Physics **3** (1954) 446.
- 11) J.S. Langer and V. Ambegaokar: Phys. Rev. **121**(1961) 1090.
- 12) A. Kawabata: J. Phys. Soc. Jpn. **60** (1991) 3222.